

Optimisasi Nilai Nominal Laju Pemakaian untuk Produk yang Dijual dengan Garansi Dua Dimensi

Hendro Prassetiyo

Jurusan Teknik Industri – Institut Teknologi Nasional (Itenas) Bandung

Email : hprassetiyo@itenas.ac.id

ABSTRAK

Menjual produk dengan garansi berarti ada ongkos tambahan yang dikeluarkan produsen untuk perbaikan produk rusak selama masa garansi. Untuk masa garansi tertentu ongkos ini tergantung dari banyaknya jumlah klaim selama masa garansi yang dipengaruhi oleh karakteristik laju kerusakan produk. Ongkos ini dapat diminimasi dengan cara meningkatkan keandalan (reliability improvement) produk/sistem, karena produk dengan reliabilitas yang tinggi dapat mengurangi jumlah kerusakan. Pada penelitian ini dikembangkan model untuk meningkatkan reliabilitas produk yang dijual dengan garansi. Produk yang dipertimbangkan adalah produk yang terdiri dari beberapa komponen yang disusun dengan rangkaian seri. Kerusakan produk dapat disebabkan oleh kerusakan dari salah satu komponen atau lebih, sehingga untuk meningkatkan keandalan produk dapat dilakukan dengan cara meningkatkan keandalan dari komponen-komponennya. Pola kerusakan produk dimodelkan oleh fungsi laju kerusakan, yang merupakan fungsi dari waktu, pemakaian serta parameter desain yang direpresentasikan oleh nilai nominal laju pemakaian. Untuk mengurangi ongkos garansi, produk yang dibuat harus memiliki keandalan yang tinggi. Peningkatan keandalan dapat dilakukan dengan cara meningkatkan nilai nominal laju pemakaian. Peningkatan keandalan menyebabkan tambahan ongkos bagi pihak produsen berupa ongkos investasi dan ongkos produksi, yang diimbangi juga dengan berkurangnya ongkos garansi. Adanya trade off antara penambahan ongkos Peningkatan keandalan dan penghematan ongkos garansi, memberikan peluang untuk menentukan nilai nominal laju pemakaian yang optimal.

Kata kunci: garansi, nilai nominal laju pemakaian, reliability improvement, rangkaian seri.

ABSTRACT

Selling products with warranty results in additional cost to the manufacturer due to the servicing for product failures during the warranty period. For a given warranty term the warranty cost per unit depends on the number of warranty claims that influences by the failure rate function of the product. This cost can be reduced by improving product reliability, as the higher product reliability can decrease the expected number of failures. In this paper, we developed a model for improving product reliability for the product sold with warranty. The product can be viewed as a system consists of several components with series structure. The product failure can be caused by failure of one component or more. In this research, the product reliability is improved through the improvement of reliability of its components. Modeling product failures involves not only age and usage of the product but also a design parameter, representing by a nominal usage rate. To reduce warranty cost, products manufactured should have a high reliability. Achieving this one can improve the reliability through increasing the nominal usage value. The reliability improvement results in additional costs to the manufacturer in the form of investment cost and production cost, but it can lower the warranty cost. Trade off between the reliability improvement cost and the reduction in the expected warranty cost, determines the optimal nominal usage rate.

Keywords: warranty, nominal usage rate, reliability improvement, serial system.

1. PENDAHULUAN

Garansi merupakan kesepakatan kontraktual (*contractual agreement*) antara produsen dan konsumen berkaitan dengan penjualan produk. Dalam kesepakatan ini, produsen diharuskan melakukan perbaikan (rektifikasi) terhadap produk yang mengalami kegagalan dalam periode garansi. Kebijakan garansi dikelompokkan kedalam dua kebijakan yaitu kebijakan garansi satu dimensi dan dua dimensi [2]. Garansi satu dimensi dikarakteristikan oleh interval satu dimensi yang disebut periode garansi, misalnya waktu (misalnya: umur) atau pemakaian (misalnya: jarak tempuh). Sebagai contoh televisi yang dijual dengan garansi 3 tahun dan ban mobil yang digaransi 10.000 km. Sedangkan garansi dua dimensi dikarakteristikan oleh bidang dua dimensi, dimana satu dimensi merepresentasikan waktu dan dimensi yang lain merepresentasikan pemakaian. Misalnya sepeda motor yang dijual dengan garansi 1 tahun atau jarak tempuh 10.000 km, mana yang lebih dulu tercapai.

Garansi bermanfaat bagi produsen dan konsumen. Dari sudut pandang konsumen, garansi memberikan jaminan perlindungan terhadap produk cacat yang terjadi selama masa garansi, dan informasi tentang keandalan produk. Bagi produsen, garansi memberikan manfaat untuk melindungi dari klaim konsumen yang berlebihan. Disamping itu, karena garansi memberikan sinyal tentang keandalan produk maka produsen dapat mempergunakan garansi sebagai alat pemasaran yang efektif. Karena umumnya ongkos rektifikasi ditanggung sepenuhnya oleh produsen, maka menjual produk dengan garansi berarti adanya ongkos tambahan bagi produsen. Ongkos garansi ini dapat diminimasi dengan cara meningkatkan keandalan produk dan ini selanjutnya dapat mengurangi jumlah klaim/kerusakan.

Ongkos garansi yang dikeluarkan oleh perusahaan dapat diminimumkan dengan melakukan *reliability improvement* sehingga dihasilkan produk dengan keandalan (*reliability*) yang lebih baik dari sebelumnya. Salah satu cara peningkatan keandalan produk melalui *reliability improvement* adalah dengan melakukan desain ulang produk [14]. Desain ulang terhadap produk yang telah ada, dapat dilakukan dengan menentukan parameter desain yang optimal yang akan digunakan pada tahap desain produk. Salah satu parameter desain yang dapat digunakan salah satunya adalah nilai nominal laju pemakaian (*nominal usage rate*). Nilai nominal laju pemakaian adalah nilai laju pemakaian yang digunakan pada tahap desain produk yang berhubungan dengan batas laju pemakaian produk, agar produk tersebut dapat berfungsi dengan tingkat keandalan yang baik. Nilai nominal laju pemakaian produk yang dibuat tentunya harus disesuaikan dengan laju pemakaian produk sebenarnya yang digunakan oleh konsumen. Estimasi penetapan nilai nominal laju pemakaian produk yang terlalu tinggi dari aktualnya, menyebabkan semakin besarnya ongkos *reliability improvement* yang dapat mengurangi keuntungan. Sebaliknya, jika estimasi nilai nominal laju pemakaian lebih rendah dari aktualnya, maka produsen harus mengeluarkan ongkos garansi yang lebih besar karena harus menanggung beban klaim yang semakin banyak. Oleh karena itu, penting bagi produsen untuk mendapatkan estimasi nilai nominal laju pemakaian yang akurat.

Penelitian yang membahas mengenai garansi dan keandalan, telah banyak dilakukan oleh peneliti terdahulu, diantaranya Hussain dan Murthy [6] mengembangkan penelitian peningkatan keandalan produk yang optimal melalui *product development* dengan kriteria minimasi ongkos garansi. Murthy [10] menjelaskan kerangka kerja yang komprehensif dari studi garansi dan kaitannya dengan keandalan produk. Penelitian lain yang membahas mengenai garansi dan *reliability improvement* produk adalah Prassetiyo [12]. Prassetiyo [12] membahas mengenai *reliability improvement* produk yang dilakukan melalui penentuan parameter desain pada tahap desain ulang produk. Penelitian Prassetiyo difokuskan pada produk dengan komponen tunggal atau *single component system*.

Thomas & Richard [15] membahas mengenai pengembangan model peningkatan *reliability* produk dari sistem dengan banyak komponen. Produk yang dipertimbangkan terdiri dari n komponen ($n > 1$) dengan susunan seri dan masing-masing komponen memiliki laju kerusakan konstan. Peningkatan keandalan pada tingkat komponen ditentukan berdasarkan proporsi dari besarnya ongkos garansi untuk setiap komponen terhadap total ongkos garansi keseluruhan komponen. Pada penelitian Thomas dan Richard [15], target reliabilitas produk ditentukan sebelumnya dan peningkatan reliabilitas komponen harus memenuhi kepada target reliabilitas tersebut, dan penentuan keandalan komponen

hanya berdasarkan pada maksimasi penghematan ongkos garansi.

Helianty dan Iskandar [4] mengembangkan model peningkatan keandalan produk dengan kriteria maksimasi selisih antara penghematan ongkos garansi dengan penambahan ongkos produksi dan ongkos investasi *reliability improvement*. Peningkatan reliabilitas dilakukan dengan cara menentukan parameter desain pada tahap desain produk. Parameter desain direpresentasikan oleh nilai parameter skala. Penelitian Helianty dan Iskandar [4] belum mempertimbangkan nilai nominal laju pemakaian sebagai salah satu parameter desain. Pengembangan model ini mempertimbangkan laju kerusakan komponen yang bersifat menaik dan untuk produk yang terdiri dari *multi component*.

Peningkatan reliabilitas dapat memberikan penghematan ongkos garansi tetapi juga dapat menyebabkan pihak produsen untuk mengeluarkan ongkos tambahan berupa ongkos investasi dan dapat menaikkan ongkos produksi. Apabila penambahan ongkos produksi dan ongkos investasi *reliability improvement* lebih besar dari penghematan ongkos garansi, maka *reliability improvement* menjadi tidak berarti. Adanya *trade off* antara pengurangan biaya garansi dengan penambahan ongkos produksi dan ongkos investasi *reliability improvement*, memberikan peluang untuk mengembangkan model peningkatan reliabilitas yang optimal. Pada penelitian ini, dikembangkan model peningkatan reliabilitas produk dengan kriteria maksimasi selisih antara penghematan ongkos garansi dengan penambahan ongkos produksi dan ongkos investasi *reliability improvement*. Peningkatan reliabilitas dilakukan dengan cara menentukan parameter desain yaitu nilai nominal laju pemakaian pada tahap desain produk. Pengembangan model ini dilakukan untuk produk yang terdiri dari multikomponen dan mempertimbangkan laju kerusakan komponen yang bersifat menaik.

2. METODOLOGI

2.1. Model Kegagalan Produk

Terdapat dua pendekatan yang dapat digunakan untuk memodelkan kegagalan produk. Pendekatan pertama adalah pendekatan satu dimensi sementara pendekatan yang kedua adalah pendekatan dua dimensi. Pada penelitian ini, untuk memodelkan kegagalan produk digunakan pendekatan satu dimensi. Misal produk dijual pada $t=0$ dan T_i serta U_i menandakan umur dan pemakaian produk i pada saat produk mengalami kegagalan. Hubungan antara umur, T_i dan pemakaian, U_i dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$U_i = R.T_i \tag{1}$$

dimana R merupakan laju pemakaian produk per satuan waktu yang dimodelkan dengan *non-negative* random variabel yang mengikuti fungsi distribusi $G(r)$ dimana

$$G(r) = P\{R \leq r\} \tag{2}$$

Pada umumnya, data yang dimiliki oleh pihak produsen untuk produk yang dijamin dengan garansi adalah data umur dan pemakaian produk. Untuk itu, laju pemakaian (R) dapat dinyatakan dalam T_i dan U_i sebagai berikut:

$$R_i = \frac{U_i}{T_i} \tag{3}$$

Dengan bersyarat $R = r$, fungsi keandalan produk dimodelkan oleh fungsi distribusi $\bar{F}(t; \theta | R = r)$ yang mengikuti pola distribusi weibull. Fungsi keandalan $\bar{F}(t; \theta | R = r)$ setelah dilakukannya *reliability improvement* diberikan oleh persamaan (4).

$$\bar{F}(t; \theta | R = r) = \exp \left[- \left(\frac{t}{\theta'} \right)^\beta \right] \tag{4}$$

dimana θ' merupakan parameter skala setelah dilakukannya *reliability improvement*, yang memiliki hubungan secara linier sebagai berikut:

$$\theta' = \theta \left(\frac{\rho'}{r} \right)^\gamma \quad (5)$$

dengan θ adalah parameter skala sebelum dilakukannya *reliability improvement*, ρ' adalah nilai nominal laju pemakaian setelah dilakukan *reliability improvement*, r adalah laju pemakaian produk dan $\gamma > 1$. Fungsi laju kerusakan produk, $\lambda(t; \theta')$ setelah dilakukannya *reliability improvement* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\lambda(t; \theta' | R = r) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{(\theta')^\beta} \quad (6)$$

2.2. Karakteristik Sistem

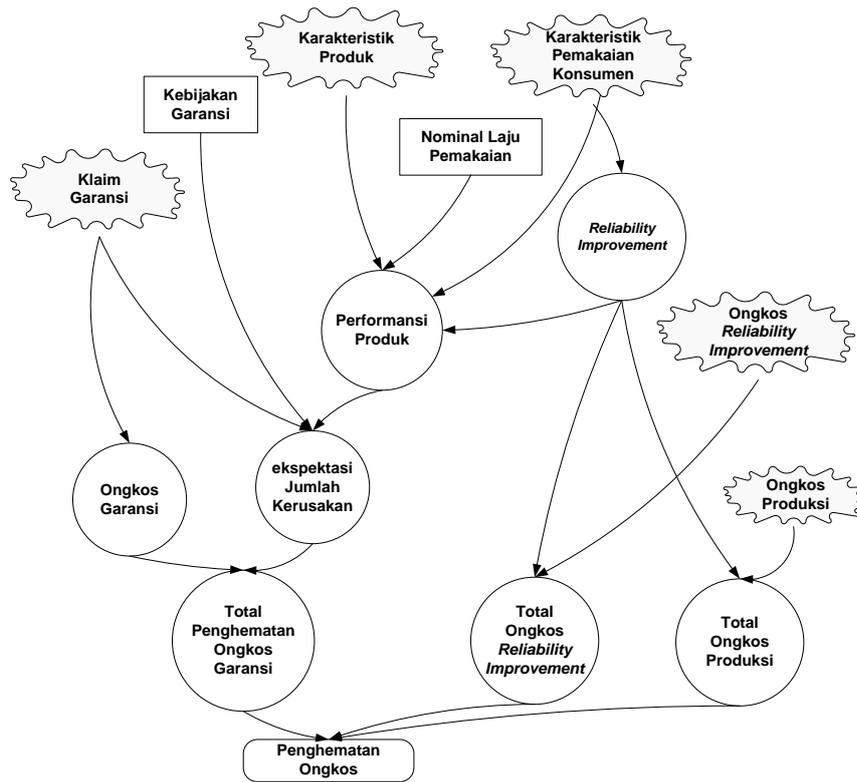
Sistem yang diteliti adalah sistem produksi yang menghasilkan produk yang dapat diperbaiki (*repairable*) dan produk dijamin dengan kebijakan *Free Replacement Warranty* (FRW), yaitu produk diperbaiki secara gratis jika terjadi kerusakan selama garansi. Produk yang dijual merupakan produk yang dijamin dengan garansi dua dimensi. Perbaikan kerusakan dilakukan dengan *minimal repair* yaitu memperbaiki produk yang rusak sehingga kembali kepada kondisi saat sebelum rusak (laju kerusakan sama saat produk sebelum rusak). Produk yang dibahas dalam penelitian ini adalah produk yang terdiri dari banyak komponen. Komponen-komponen tersebut disusun secara seri, dan setiap komponen memiliki laju kerusakan yang independen satu dengan yang lainnya. Kerusakan pada salah satu komponen atau lebih akan mengakibatkan kerusakan produk.

Untuk mengurangi jumlah klaim yang diterima dari konsumen, produk yang dibuat dan dijual ke konsumen harus memiliki keandalan yang tinggi. Dengan keandalan produk yang tinggi diharapkan jumlah kerusakan produk yang terjadi selama masa garansi dapat berkurang, sehingga dapat mengurangi ongkos garansi yang harus ditanggung oleh produsen.

Peningkatan keandalan produk dapat dilakukan dengan beberapa cara/pendekatan, yaitu dapat dilakukan pada tahap desain produk, pada tahap produksi, pada tahap sebelum produk dijual maupun pada tahap distribusi. Pada penelitian ini, peningkatan reliabilitas dilakukan dengan cara melakukan desain ulang produk. Desain ulang dapat dilakukan dengan cara menentukan parameter desain yang optimal dari setiap komponen yang dilakukan pada tahap desain produk. Salah satu parameter desain yang dapat ditentukan adalah nilai nominal laju pemakaian.

Peningkatan keandalan produk yang dilakukan pada penelitian ini adalah melalui peningkatan keandalan komponen-komponennya. Peningkatan keandalan komponen dilakukan dengan cara menghambat laju kerusakan sehingga nilai fungsi reliabilitas menjadi lebih besar dan dapat mengurangi ongkos garansi. Namun disisi lain untuk meningkatkan keandalan komponen memerlukan ongkos, yaitu ongkos investasi dan ongkos produksi. Faktor yang relevan terhadap peningkatan reliabilitas dan ongkos-ongkos yang terkait dapat dilihat pada Gambar 1.

Pada penelitian ini, untuk meningkatkan keandalan produk dilakukan *reliability improvement* dengan cara menentukan parameter desain yang optimal yaitu nilai nominal laju pemakaian yang digunakan pada tahap desain produk. Peningkatan keandalan komponen dilakukan dengan cara menghambat laju kerusakan sehingga nilai fungsi reliabilitas menjadi lebih besar dan dapat mengurangi ongkos garansi. Namun disisi lain untuk meningkatkan keandalan komponen memerlukan ongkos, yaitu ongkos investasi dan ongkos produksi.



Gambar 1. Faktor yang relevan

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Formulasi Model

Beberapa asumsi yang digunakan pada penelitian ini adalah:

- Pada saat terjadi kerusakan dalam perioda garansi, saat itu juga dilakukan klaim garansi oleh konsumen
- Perbaikan yang dilakukan terhadap produk yang diklaim adalah *minimal repair*.
- Waktu perbaikan (*minimal repair time*) produk relatif kecil dibandingkan dengan rata-rata waktu antar kerusakan, sehingga dapat diabaikan.
- Faktor Teknologi tersedia untuk setiap nilai ρ_0 optimal.

Untuk memudahkan penyusunan model matematika diperlukan notasi-notasi. Notasi yang digunakan pada penelitian ini adalah:

- δ_i : Penambahan nilai nominal laju pemakaian komponen ke-i setelah dilakukannya *reliability improvement* (pemakaian / waktu; contoh: km/hari)
- i : Jumlah komponen dalam suatu produk ($i=1,2$)
- ρ_i : Nilai nominal laju pemakaian komponen ke-i sebelum proses desain ulang (pemakaian / waktu; contoh: km/hari)
- r : Laju pemakaian konsumen (pemakaian / waktu; contoh: km/hari)
- θ_i : Parameter skala sebelum *reliability improvement* untuk komponen ke-i
- θ_i' : Parameter skala sesudah *reliability improvement* untuk komponen ke-i
- c_{ri} : Rata-rata ongkos *minimal repair* per kerusakan komponen ke-i (Rp /kerusakan)
- c_{oi} : Ongkos setup *reliability improvement* untuk komponen ke-i (Rp / Unit)
- c_{pi} : Ongkos investasi *reliability improvement* untuk setiap penambahan nilai nominal laju pemakaian untuk komponen ke-i (Rp/((pemakaian/waktu)^m.unit); contoh: Rp/((km/hari)^m.unit))
- w : Masa garansi (hari)

τ : Saat kerusakan sebelum masa garansi (hari)

m : Parameter fungsi ongkos investasi *reliability improvement*

$TP_1(\rho|R=r)$: Ekspektasi Penghematan Ongkos Garansi per komponen per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ untuk kasus 1. (Rp / Unit)

$TP_2(\rho|R=r)$: Ekspektasi Penghematan Ongkos Garansi per komponen per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ untuk kasus 2. (Rp / Unit)

$E[\rho|R=r]$: Ekspektasi jumlah minimal *repair* komponen ke- i selama masa garansi sebelum *reliability improvement* bersyarat $R=r$. (kerusakan/unit)

$E[\rho|R=r]$: Ekspektasi jumlah minimal *repair* komponen ke- i selama masa garansi sesudah *reliability improvement* bersyarat $R=r$. (kerusakan/unit)

I_i : Ekspektasi Ongkos *reliability improvement* per komponen per unit (Rp / Unit)

P_i : Ekspektasi penambahan ongkos produksi komponen- i akibat adanya *reliability improvement* (Rp/unit)

D_i : parameter fungsi ongkos produksi komponen- i

u : parameter fungsi ongkos produksi

β_i : parameter bentuk komponen ke- i

$G(\rho|R=r)$: Ekspektasi Ongkos Garansi per unit selama masa garansi sebelum *reliability improvement* bersyarat $R=r$ (Rp/Unit)

$G(\rho|R=r)$: Ekspektasi Ongkos Garansi per unit selama masa garansi sesudah *reliability improvement* bersyarat $R=r$ (Rp/Unit)

$TP(\rho|R=r)$: Ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ (Rp/Unit)

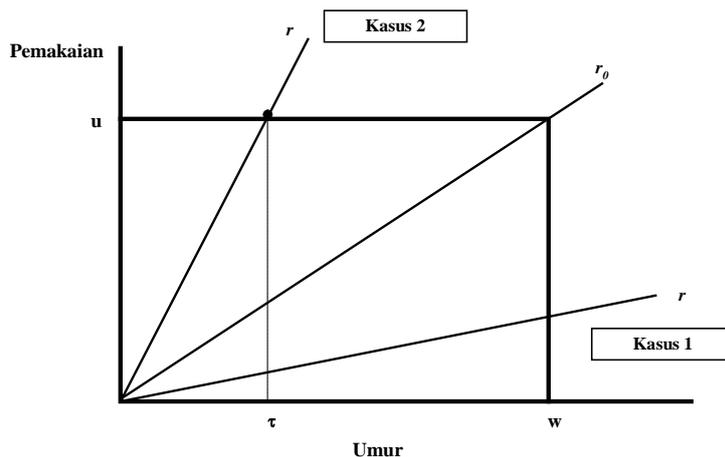
Indikator performansi yang digunakan pada penelitian ini adalah:

$TP(\rho')$: Ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi (Rp/Unit)

Variabel keputusan yang digunakan pada penelitian ini adalah:

ρ' : Nilai nominal laju pemakaian dalam proses desain setelah dilakukannya *reliability improvement* (pemakaian / waktu; contoh: km/hari)

Dalam penelitian ini terdapat dua kasus yang dipertimbangkan yaitu (1) $r \leq \rho$, dan (2) $r > \rho$ seperti yang terlihat pada Gambar 2. Untuk Kasus 1 ($r \leq \rho$), garansi akan berakhir pada saat w , sedangkan untuk Kasus 2 ($r > \rho$) garansi akan berakhir pada saat τ , dimana $\tau = \frac{u}{r}$. Misal $TP_1(\rho|R=r)$ adalah ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ untuk Kasus 1 dan $TP_2(\rho|R=r)$ adalah ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ untuk Kasus 2, maka ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R=r$ ditunjukkan oleh persamaan (4).



Gambar 2. Karakteristik Kasus

$$TP(\rho|R=r) \begin{cases} TP_1(\rho|R=r), & \text{untuk } r \leq \rho \\ TP_2(\rho|R=r), & \text{untuk } r > \rho \end{cases} \quad (7)$$

Berikut ini akan diuraikan formulasi matematik untuk mendapat ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R = r$ untuk Kasus 1 ($TP_1(\rho|R=r)$) dan Kasus 2 ($TP_2(\rho|R=r)$).

A. Formulasi Kasus 1 : $r \leq \rho$

Pada Kasus 1, garansi berakhir pada saat w . Apabila $\psi_1(\rho|R=r)$, $I_s(\rho')$, dan $P(\rho')$ merepresentasikan masing-masing untuk ekspektasi penghematan ongkos garansi, ongkos *reliability improvement* dan ekspektasi penambahan ongkos produksi per produk, maka ekspektasi penghematan total ongkos diberikan oleh persamaan:

$$TP(\rho|R=r) = \psi_1(\rho|R=r) - I_s(\rho') - P(\rho')$$

Penjelasan lebih rinci mengenai Ekspektasi penghematan ongkos garansi per produk, ekspektasi penambahan ongkos produksi, dan ongkos *reliability improvement* selama masa garansi akan diberikan berikut ini.

• **Ekspektasi Penghematan Ongkos Garansi per unit Selama Masa Garansi**

Ekspektasi penghematan ongkos garansi ditentukan oleh besarnya ekspektasi penghematan ongkos garansi dari komponen-komponen penyusun produk tersebut. Ekspektasi penghematan ongkos garansi untuk Kasus 1, $\psi_1(\rho|R=r)$ dapat dilihat pada persamaan (8).

$$\begin{aligned}
 \psi_1(\rho|R=r) &= \sum_{i=1}^n \psi(\rho, \rho'|R=r)_i \\
 &= \sum_{i=1}^n (G(\rho|R=r)_i - G(\rho'|R=r)_i) \\
 &= \sum_{i=1}^n (c_{ri} \cdot E[\rho|R=r]_i - c_{ri} \cdot E[\rho'|R=r]_i) \\
 &= \sum_{i=1}^n c_{ri} \left(\frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta'_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

• **Ongkos Reliability Improvement per unit**

Ongkos *reliability improvement* per komponen diperlukan untuk meningkatkan nilai ρ sebesar δ menjadi ρ' . Semakin besar nilai δ maka ongkos *reliability improvement* yang dikeluarkan akan semakin besar pula. Misal c_o adalah ongkos setup *reliability improvement* per komponen dan c_p adalah ongkos investasi *reliability improvement* untuk setiap penambahan nilai nominal laju pemakaian per komponen. Besarnya ongkos *reliability improvement* diberikan oleh persamaan (9).

$$\begin{aligned}
 I_{s1}(\rho') &= \sum_{i=1}^n I(\rho')_i \\
 &= \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\delta_i)^m \\
 &= \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho'_i - \rho_i)^m
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

• **Ekspektasi Penambahan Ongkos Produksi per unit**

Ekspektasi penambahan ongkos produksi per unit terjadi karena adanya peningkatan ongkos produksi untuk memperoleh produk dengan reliabilitas yang lebih tinggi. Liu et.al., (2006) dalam Helianty (2007) menjelaskan bahwa besarnya ekspektasi penambahan ongkos produksi per komponen bergantung pada reliabilitas komponen. Semakin *reliable* sebuah komponen maka ongkos produksi komponen tersebut semakin mahal.

Ekspektasi penambahan ongkos produksi per unit diperlihatkan pada persamaan (10).

$$\begin{aligned}
 P_I(\rho') &= \sum_{i=1}^n P(\rho')_i \\
 &= \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta'_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

dimana $u > 2$

• **Ekspektasi Penghematan Ongkos per unit Selama Masa Garansi**

Persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi untuk Kasus 1, $TP_1(\rho_0|R=r)$ diberikan oleh persamaan (11)

$$\begin{aligned}
 TP_1(\rho|R=r) &= \psi_1(\rho, \rho|R=r) - I_{s1}(\rho') - P_1(\rho') \\
 &= \left\{ \sum_{i=1}^n c_{ri} \left(\frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right) \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho'_i - \rho_i)^m \right\} \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

B. Formulasi Kasus 2 : $r > r_0$

Pada Kasus 2, garansi berakhir pada saat τ . Struktur ekspektasi penghematan ongkos garansi per unit selama masa garansi $[0, \tau]$ untuk Kasus 2 dinyatakan oleh persamaan (12) dengan mengganti w pada persamaan (11) dengan τ . Persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R = r$ Kasus 2 diberikan oleh persamaan (12).

$$\begin{aligned}
 TP_2(\rho|R=r) &= \psi_2(\rho, \rho|R=r) - I_{s2}(\rho') - P_2(\rho') \\
 &= \left\{ \sum_{i=1}^n c_{ri} \left(\frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right) \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho'_i - \rho_i)^m \right\} \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho'_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (11) dan (12) ke persamaan (7), maka diperoleh ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat $R = r$ yang diberikan oleh persamaan (13).

$$\begin{aligned}
 TP(\rho|R=r) &= \left\{ \sum_{i=1}^n c_{ri} \left(\frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i'}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right) \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho_i' - \rho_i)^m \right\} \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i'}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\}, \quad \text{untuk } r \leq \rho \\
 &= \left\{ \sum_{i=1}^n c_{ri} \left(\frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i'}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right) \right\} - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho_i' - \rho_i)^m \right\} \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i'}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\}, \quad \text{untuk } r > \rho
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Nilai $R=r$ dapat berbeda-beda untuk setiap unit produk yang digunakan, sehingga $R=r$ dapat dipandang sebagai peubah acak yang memiliki distribusi tertentu dengan fungsi densitas $g(r)$. Misal nilai $R=r$ berada dalam interval $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$ dan $r_{\min} \leq \rho \leq r_{\max}$, maka hubungan fungsi ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi bersyarat pada $R = r$ dengan fungsi tidak bersyarat dalam daerah garansi diberikan oleh persamaan (14).

$$TP(\rho') = \int_{r_{\min}}^{\rho_i} TP_1(\rho|R=r) \cdot g(r) \cdot dr + \int_{\rho_i}^{r_{\max}} TP_2(\rho|R=r) \cdot g(r) \cdot dr \tag{14}$$

Misal peubah acak R memiliki fungsi densitas $g(r)$ yang berdistribusi *uniform* sebagai berikut:

$$g(r) = \frac{1}{r_{\max} - r_{\min}}, \quad \text{untuk } r_{\min} \leq r \leq r_{\max} \tag{15}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (14) dan persamaan (15) kepersamaan (13) diperoleh persamaan ekspektasi penghematan ongkos per unit selama masa garansi yang diberikan oleh persamaan (16).

$$\begin{aligned}
 TP(\rho') &= \int_{r_{\min}}^{\rho_i} TP_1(\rho'|R=r)g(r).dr + \int_{\rho_i}^{r_{\max}} TP_2(\rho'|R=r)g(r).dr \\
 &= \int_{r_{\min}}^{\rho_i} \left\{ \left[\sum_{i=1}^n c_{ri} \frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{w^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right] - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho_i' - \rho_i)^m \right\} \right\} \left(\frac{1}{r_{\max} - r_{\min}} \right) dr \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\} \\
 &+ \int_{\rho_i}^{r_{\max}} \left\{ \left[\sum_{i=1}^n c_{ri} \frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} - \frac{\tau^{\beta_i}}{\left\{ \theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right\}^{\beta_i}} \right] - \left\{ \sum_{i=1}^n c_{0i} + c_{pi} \cdot (\rho_i' - \rho_i)^m \right\} \right\} \left(\frac{1}{r_{\max} - r_{\min}} \right) dr \\
 &\quad - \left\{ \sum_{i=1}^n D_i \left(\left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} - \left(\left(\theta_i \left(\frac{\rho_i}{r} \right)^\gamma \right)^{\beta_i} \right)^{-u} \right) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

3.2. Contoh Numerik

Pada contoh numerik ini, dipertimbangkan produk yang terdiri dari 2 komponen yang disusun seri. Masing-masing komponen memiliki laju kerusakan produk yang bersifat menaik (*increasing failure rate*). Nilai parameter yang digunakan pada contoh numerik dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Parameter Model

Notasi	Nilai		Satuan
	Komp. 1	Komp. 2	
r_{\min}	1		Km/hari
r_{\max}	80		Km/hari
β	4	3	
γ	3	3	
m	3	3	
u	2	2	
w	360		hari
ρ_i	50	40	km / hari
τ	18.000/ r		hari

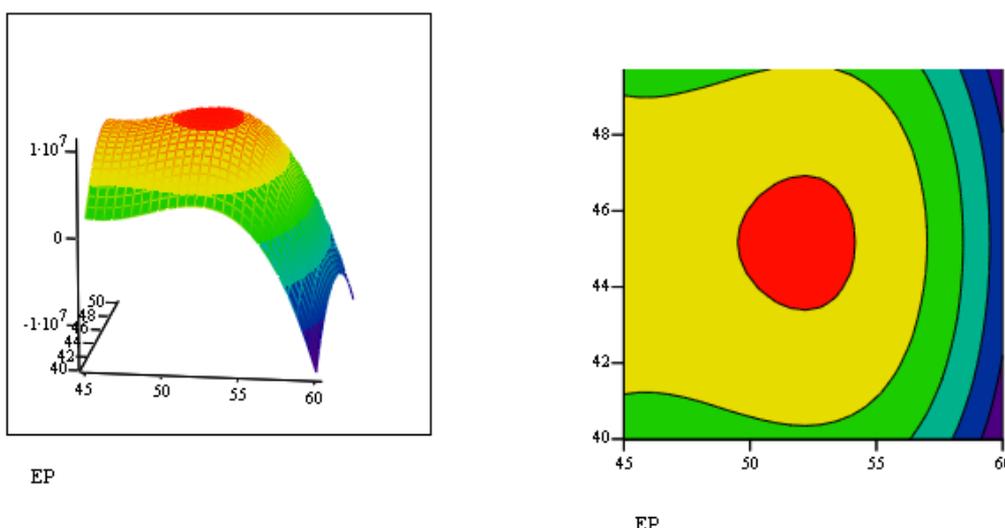
Notasi	Nilai		Satuan
	Komp. 1	Komp. 2	
θ_i	290	250	
θ_i'	300	270	
c_{ri}	200.000	100.000	Rp / Kerusakan
c_{0i}	10.000	8.000	Rp / unit
c_{pi}	20.000	10.000	Rp/((km/hari) ^m .unit)
Di	10.000	25.000	Rp/penambahan reliability/unit

Berdasarkan nilai parameter yang diberikan pada Tabel 1 dengan menggunakan *Software* MATHCAD 11 diperoleh solusi optimal yang dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Perhitungan untuk Pengembangan Model

Notasi	Sebelum <i>reliability improvement</i>	Setelah <i>reliability improvement</i>	Satuan
ρ_1'	50	52,171	
ρ_2'	40	45,207	
$E[\rho R=r]_1$	11,441	4,253	Kerusakan / unit
$E[\rho R=r]_2$	11,871	4,793	Kerusakan / unit
Ekspektasi penghematan ongkos, $TP(\rho')$		10.783.864,70	Rp / unit

Gambar 3. menunjukkan grafik fungsi $TP(\rho')$ terhadap ρ' untuk pengembangan model.



Gambar 3. Grafik fungsi EP terhadap ρ' untuk Pengembangan Model

Dari contoh numerik diperoleh nilai $\rho_1' > \rho_1$ dan $\rho_2' > \rho_2$ sehingga memberikan nilai reliabilitas komponen 1 dan 2 yang lebih besar dibandingkan dengan sebelum dilakukan *reliability improvement*. Hal ini juga berdampak pada peningkatan reliabilitas produk secara keseluruhan. Pada Tabel 2. terlihat bahwa dengan dilakukannya *reliability improvement*, terdapat penurunan ekspektasi jumlah *minimal repair* rata-rata sebesar 61,225 %. Penurunan ini berdampak secara langsung kepada peningkatan Ekspektasi penghematan ongkos.

4. KESIMPULAN

Pada penelitian ini dikembangkan model peningkatan reliabilitas produk melalui peningkatan reliabilitas komponennya. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan sebagai berikut:

- Model yang dikembangkan mampu menjawab permasalahan yang berkaitan dengan penentuan parameter desain yang direpresentasikan oleh nilai nominal laju pemakaian produk, melalui peningkatan reliabilitas komponennya.
- Hasil yang diperoleh berdasarkan model yang dikembangkan menunjukkan bahwa dengan dilakukannya *reliability improvement* dapat menurunkan ekspektasi jumlah kerusakan dalam masa garansi, sehingga ongkos garansi per unit selama masa garansi menjadi lebih kecil.

Penelitian lanjutan yang dapat dilakukan untuk menyempurnakan penelitian ini adalah:

- Pada model ini ongkos yang dipertimbangkan adalah ongkos *minimal repair*, ongkos *reliability improvement* dan ongkos produksi. Pada kondisi nyata, produk yang selesai diproduksi dapat dilakukan pengujian kualitas misalnya dengan melakukan *burn-in*. Oleh karena itu untuk penelitian lebih lanjut dapat dikembangkan model yang mempertimbangkan juga kepentingan ongkos *burn-in*.
- Melihat pentingnya peranan batas garansi dalam menentukan jumlah kerusakan, maka perlu dikembangkan penelitian untuk menentukan batas garansi yang optimal.
- Selain itu pada penelitian ini pengembangan model hanya mempertimbangkan komponen dengan rangkaian seri, untuk penelitian lebih lanjut dapat dipertimbangkan komponen dengan rangkaian paralel.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anantasari, (2003), *Analisis dan Prediksi Klaim Garansi Sepeda Motor dengan Melibatkan Data Follow-Up*, Tesis S-2, Teknik Industri ITB, Bandung.
- [2] Blischke, W. R. dan Murthy D. N. P., (1994), *Warranty Cost Analysis*, Marcel Dekker Inc., New York.
- [3] Gertsbakh, I. and Kordonsky, Kh. B (1998), *Parallel Time Scales and Two-Dimensional Manufacturer and Individual Customer Warranties*, IIE Transactions, 30, 1181-1189.
- [4] Helianty, Y. dan Iskandar B.P. (2007), *Model Peningkatan Reliabilitas Produk Untuk Produk Yang Dijual Dengan Garansi*, Seminar Nasional III Manajemen & Rekayasa Kualitas, Jurusan Teknik Industri Itenas, Bandung
- [5] Hosmer, D. W. Jr. and Lemeshow, S. (1999), *Applied Survival Analysis; Regression Modeling of Time to Event Data*, Wiley Series in Probability & Statistics, John Wiley and Sons Inc, New York.
- [6] Hussain, A. Z. M. O. and Murthy, D. N. P. (2003), *Warranty and Optimal Reliability Improvement Through Product Development*, *Mathematical and Computer Modelling*, 38, 1211-1217.
- [7] Iskandar B.P., Murthy DNP., Jack N (2005), *A New Repair-Replace Strategy for Items Sold with a Two-dimensional warranty*, *Computers & Operations Research* Vol 32, 669-682.
- [8] Lawless, J., Hu, J. and Cao, J. (1995), *Methods for The Estimation of Failure Distribution and Rates From Automobile Warranty Data*, *Lifetime Data Analysis*, 1, 227-240.
- [9] Murthy, D. N. P., (2006), *Product Warranty and Reliability*, *Ann Operation Research*, 143, 133-146.
- [10] Murthy DNP., Wilson R.J (1991), *Modeling Two-dimensional failure free warranties*, *Proceedings of Fifth Symposium on Applied Stochastic Models and Data Analysis*, Granada, Spain.
- [11] Osaki, S (1992), *Applied Stochastic System Modeling*, Springer-Verlag, Berlin.
- [12] Prassetiyo, H. (2006), *Optimisasi Parameter Desain Untuk Produk yang Dijual Dengan Garansi Dua Dimensi*, Tesis S-2, Teknik Industri ITB, Bandung.

- [13] Ramakumar, R (1993), *Engineering Reliability: Fundamentals and applications*, A Simon & Schuster Company Englewood Cliffs, New Jersey.
- [14] Saroso, D.S (2003), *Product Quality Improvement: A System Approach*, Disertasi S-3, The Division of Mechanical Engineering University of Queensland, Australia.
- [15] Thomas, M. U. and Richard, J-P. P. (2006), *Warranty-based Method for Establishing Reliability Improvement Target*, *IEE Transactions*, 38, 1049-1058. Wolstenholme, Linda (1999), *Reliability Modelling; Statistical Approach*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida.
- [16] Yang, G (2005), *Accelerated Life Test at Higher Usage Rates*, *IEE Transactions on Reliability*, Vol 54, 53-57.